

الجمال



المراجعة النهائية للثانوية العامة

التسويق والطباعة
0121562348

أ/ عبد الحليم الجمال

مدرس الرياضيات والإحصاء للثانوية العامة

0100 543 59 51

الحقبة العامة

احصاء ثانوية عامة

مراجعة ليلة الامتحان

3 - مجموع

معامل الارتباط الخطي ليس سون

$$r = \frac{n \sum Z_s Z_x - \sum Z_s \sum Z_x}{\sqrt{(n \sum Z_s^2 - (\sum Z_s)^2)(n \sum Z_x^2 - (\sum Z_x)^2)}}$$

إذا كانت r موجبة الارتباط طردى بينما r سالبة الارتباط عكسى
وإذا كانت $r = 1$ فهو ارتباط تام. $(+)$ اطردي تام $(-)$ عكسي تام

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

$$r = 1 - \frac{6 \sum Z_x Z_f}{n(n^2 - 1)}$$

معادلة خط الإخضرار $ص/س$

$ص = م س + ب$ حيث $م$ معامل خط الإخضرار $ص/س$

$$م = \frac{n \sum Z_s Z_x - \sum Z_s \sum Z_x}{n \sum Z_s^2 - (\sum Z_s)^2}$$

$$ب = \frac{\sum Z_s - م \sum Z_x}{n}$$

معادلة خط الإخضرار $س/ص$

$س = ح ص + د$ حيث $ح$ معامل خط الإخضرار $س/ص$

$$ح = \frac{n \sum Z_s Z_x - \sum Z_s \sum Z_x}{n \sum Z_s^2 - (\sum Z_s)^2}$$

$$د = \frac{\sum Z_s - ح \sum Z_x}{n}$$

العلاقة بين معامل خط انحدار $ص/س$ ومعامل خط انحدار $س/ص$ ومعامل الارتباط الخطي بين $س$ و $ص$.



خذ بالك إشارة $ص$ و $س$ لا تترك تكون متماثلة.

الإحتمالات

١- $\frac{P(U \cap V)}{P(U)} = P(V/U)$ "احتمال وقوع U بشرط وقوع V "

٢- $\frac{P(U \cap V)}{P(V)} = P(U/V)$

٣- $P(U/V) = 1 - \frac{P(U \cap V)}{P(V)} \leftarrow P(V/U) = 1 - \frac{P(U \cap V)}{P(U)}$

٤- $P(U \cap V) = P(U) \times P(V/U)$ أو $P(U) \times P(V) = P(U \cap V)$

٥- $P(U \cup V) = P(U) + P(V) - P(U \cap V)$

٦- $P(U \cap V) = P(U) + P(V) - P(U \cup V)$

٧- $P(V') = 1 - P(V)$

٨- $P(U - V) = P(U) - P(U \cap V)$

٩- $P[(U - V) \cup (V - U)] = P(U \cup V) - P(U \cap V)$

١٠- $P(U' \cap V') = 1 - P(U \cup V)$

١١- $P(U' \cap V') = 1 - P(U \cup V)$

١٢- $P(U \cup V') = 1 - P(U \cap V)$

١٣- إذا كانت $P \supset U$ فإنه $P \cap U = P$

١٤- $P(U \cup P) = P(U)$

يقال أن $P \supset U$ حدثين مستقلين إذا و فقط إذا كان

$P \cap U = P \times U$

١٥- $P \supset U$ حدثين مستقلين إذا كان $P \cap U = P \times U$

١٦- $P \supset U$ حدثين متنافيين إذا كان $P \cap U = \emptyset$

- ⑦ المتغير العشوائي والتوزيع الاحتمالي
- * التوقع (الوسط الحسابي) "ميو" $\mu = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$ (ملاحظة: الخانة الثالثة)
 - * التباين $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot p_i$
 - * الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
 - * معامل الاختلاف $= \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$

تمارين التمارين الأولى

إذا كان K سن = 40 و K ص = 30 و K سن ص = 22 و K سن = 360
 K ص = 90 و K ن = 8 أوجد معادلة خط انحدار V/S
 الحل .

$$\begin{aligned} \text{سن} + \text{ص} &= 40 + 30 = 70 \\ \frac{360 \times 40 - 22 \times 28}{2(40) - 22 \times 28} &= \frac{14400 - 616}{80 - 616} = 1 \quad \therefore \text{سن} = 1 \times \text{ص} + 125 \\ \therefore \text{سن} &= \text{ص} + 125 \\ \text{المعادلة ص} &= \text{سن} - 125 \end{aligned}$$

⑨ إذا كان P و Q حدثين مستقلين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان
 $P = (1, 2, 3)$ و $Q = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ أوجد $(P \cap Q)$ و $(P \cup Q)$.
 الحل .

$$\begin{aligned} P \cap Q &= \{1, 2, 3\} \\ P \cup Q &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \\ P \cap Q &= \{1, 2, 3\} \\ P \cup Q &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \end{aligned}$$

أ. عبد العظيم الجمل

١٤) إذا القى حجر نرد فستظهر مره واحده فانه احتمال ظهور العدد ٥ علما بأن العدد الظاهر موزى .

$$\begin{aligned} \text{نفرض أن ظهور العدد ٥ هو } P \quad \text{فإن } P &= \frac{1}{6} \\ \text{ظهور عدد موزى هو } \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{فإن } P &= \frac{1}{6} \\ \text{حيث } \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} &= \{0\} \\ \text{ظهور العدد ٥ علما بأن العدد الظاهر موزى} \\ \therefore \frac{1}{6} &= \frac{1}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{(1/6)}{(1/6)} = (1/6) \end{aligned}$$

١٥) فصل دراسي به ٥٠ طالبا منهم ٢٨ يدرسون اللغة الإنجليزية و ٢١ يدرسون اللغة الإيطالية و ٧ يدرسون اللغتين معاً. اختير طالب من هذا الفصل عشوائياً احبب احتمال أن يدرس الطالب المختار

- ١- إحدى اللغتين على الأقل
- ٢- اللغة الإنجليزية إذا كانه دارساً للإيطالية
- ٣- اللغة الإنجليزية علما بأنه لا يدرس اللغة الإيطالية.

الحل .

$$\begin{aligned} \text{نفرض أن اللغة الإنجليزية } P \quad \text{والإيطالية } Q \\ \therefore P = \frac{28}{50} = \frac{14}{25} \quad Q = \frac{21}{50} \\ \text{١- إحدى اللغتين على الأقل } P \cup Q = P + Q - P \cap Q \\ \therefore \frac{14}{25} = \frac{14}{25} + \frac{21}{50} - \frac{7}{25} = \frac{28}{50} \\ \text{٢- احتمال أنه يدرس الإنجليزية ودارساً للإيطالية } P \cap Q = \frac{7}{25} \\ \therefore \frac{1}{4} = \frac{7}{25} \div \frac{7}{25} = \frac{(7/25)}{(7/25)} \\ \text{٣- احتمال أنه يدرس الإنجليزية ولا يدرس الإيطالية } P - P \cap Q = \frac{14}{25} - \frac{7}{25} = \frac{7}{25} \\ \therefore \frac{1}{4} = \left[\frac{7}{25} - \frac{7}{25} \right] \div \left[\frac{7}{25} - \frac{7}{25} \right] = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

١٦) إذا علم أن احتمال أن يكون الجو ممطراً هو ٠.٢٤ واحتمال أن يكون الجو عاصفياً هو ٠.٣٦ واحتمال أنه يكون الجو ممطراً وعاصفياً هو ٠.١٤. فاحسب احتمال

- ١- أنه يكون الجو ممطراً أو عاصفياً
- ٢- أنه يكون الجو ممطراً أو عاصفياً

الحل .

$$\begin{aligned} \text{نفرض الجو ممطراً } P \quad \text{فانه } P = 0.24 \\ \text{عاصفياً } Q \quad \text{فانه } Q = 0.36 \\ \text{مطرًا وعاصفياً } P \cap Q = 0.14 \\ \text{أنه يكون الجو ممطراً أو عاصفياً } P \cup Q = P + Q - P \cap Q \\ = 0.24 + 0.36 - 0.14 = 0.46 \\ \text{أنه يكون الجو ممطراً أو عاصفياً حيث أنه غير عاصف } P - P \cap Q = 0.24 - 0.14 = 0.1 \\ \therefore \frac{0.1}{0.46} = \frac{1}{4.6} = \frac{10}{46} = \frac{5}{23} \end{aligned}$$

(١٧) القيت قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه الظاهر . القسمة دالة التوزيع الإحصائي للمتغير العشوائي X الذي يعبر عن عدد مرات ظهور الصورة .

الحل .

ف = { (ص ص) ، (ص د) ، (د ص) ، (د د) } .

(ص ص)	عدد الصور	٢	الاحتمال	$\frac{1}{4}$
(ص د)	عدد الصور	١	"	$\frac{1}{4}$
(د ص)	عدد الصور	١	"	$\frac{1}{4}$
(د د)	عدد الصور	صفر	"	$\frac{1}{4}$

س	صفر	١	٢
(د س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

لاحقا: $D(س) = ١$

(١٨) صندوق به ثلاث كرات مرقمة من ١ إلى ٣ سحبت كرتان الواحدة بعد الأخرى مع الإرجاع فإذا كانه المتغير العشوائي X يعبر عن مجموع الرقمين المحبوسين أوجد التوزيع الإحصائي .

الحل .

ف = { (١ ١) ، (١ ٢) ، (١ ٣) ، (٢ ١) ، (٢ ٢) ، (٢ ٣) ، (٣ ١) ، (٣ ٢) ، (٣ ٣) } .

ن (ف) = ٩

س	٢	٣	٤	٥	٦
(د س)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

(١٩) جارا نورد مستطمان الأول كتب على كل وجهيه متقابلين منه أحد الأعداد ٥ ، ١ ، ٣ ، ١ والثاني كتب على كل وجهيه متقابلين منه أحد الأعداد ٦ ، ٤ ، ٢ ، ٢ فإذا ألقى الحجران وكانه المتغير العشوائي X يعبر عنه مجموع العددين الظاهرين .

الحل .

ف = { (٢ ٢) ، (٢ ٤) ، (٢ ٦) ، (٤ ٢) ، (٤ ٤) ، (٤ ٦) ، (٦ ٢) ، (٦ ٤) ، (٦ ٦) } .

س	٣	٥	٧	٩	١١
(د س)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

ن (ف) = ٩

٢٠ إذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الاحتمالي يحدد كالآتي

س	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠.١	٠.٣	٠.٢	٠.١	٠.٣

احسب قيمة P وإذا كان التوقع 3.5 اوجد قيمة P .
الحل .

$$1 = 3 \cdot d(s) = 1 = 0.1 + 0.3 + 0.2 + 0.1 + 0.3 = 1$$

$$0.3 = 0.1$$

$$3.5 = \mu = (-1 \times 0.1) + (-1 \times 0.3) + (0 \times 0.2) + (1 \times 0.1) + (2 \times 0.3)$$

$$3.5 = 1.8 + 0.2 + 0.1 + 0.3$$

$$3.5 = 2.1 + 0.2 \Rightarrow 1 = 0.2 \div -0.2$$

$$5 = \frac{1}{-0.2} = P$$

٢١ احسب معامل ارتباط الرتب من الجدول التالي

س	١٢٠	١٣٠	١٤٠	١٥٠	١٦٠	١٧٠
ص	٥٠	٤٠	٦٠	٦٠	٦٠	٥٠

س	ص	رتب ص	رتب س	ف	ف
١٢٠	٥٠	١	٢,١٥	-	١,٥٠
١٣٠	٤٠	٢,١٥	١	١,٥٠	٢,٢٥
١٥٠	٦٠	٥	٥	.	.
١٦٠	٦٠	٦	٥	١	١
١٢٠	٦٠	٤	٥	١-	١
١٣٠	٥٠	٢,١٥	٢,١٥	-	.
٦,٥٠	صفر				

٢٢) الجدول التالي يبين تقديرات ٦ طلاب في مادتي الاقتصاد والدمصاص . احسب معامل ارتباط الرتبة لسبب رايه وحدد نوعه .

احصاء	جيد جدا	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
اقتصاد	مقبول	جيد	جيد	ممتاز	جيد

س	جده	رتبته	رتبته	ف	ف
جيد جدا	مقبول	٥	١	٤	١٦
مقبول	جيد	٣	٣	١-	١
مقبول	جيد	٣	٣	١-	١
جيد	ممتاز	٤	٥,٥	١,٥٥	٩,٢٥
ممتاز	ممتاز	٦	٥,٥	١,٥٥	٩,٢٥
مقبول	جيد	٢	٣	١-	١
				صفر	٢١,٥

$$r = 1 - \frac{6 \times 6 \times (1-1)}{(1-1) \times 6}$$

$$r = 1 - \frac{6 \times 6 \times (1-1)}{(1-1) \times 6}$$

$$r = 0,39$$

جدي

٢٣) اذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً وكانت

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1-s}{8} \text{ حيث } 1 \geq s \geq 0 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} \text{ درس) =}$$

اثبت ان الدالة درس) هي دالة كثافة الاحتمال
ثم احسب لـ (٢ > درس > ٣) .
الحل .

$$\begin{aligned} \text{د (١)} &= \frac{1-1}{8} = \text{صفر} \\ \text{د (٥)} &= \frac{1-5}{8} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} &= \text{د (١)} + \text{د (٥)} \times (1-5) \quad \text{لأنه يلعب الناتج واحد كانه يتكرر} \\ \frac{1}{4} &= \text{صفر} + \frac{1}{4} \times 2 \quad \text{الدالة درس) دالة كثافة الاحتمال} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د (٢ > درس > ٣)} &= \frac{1}{4} \times [\text{د (٢)} + \text{د (٣)}] \\ &= \frac{1}{4} \times \left[\frac{1-2}{8} + \frac{1-3}{8} \right] \\ &= \frac{3}{16} \end{aligned}$$

(٢٥) إذا كانت s متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{8}(s+k) & \text{حيث } 2 \leq s \leq 4 \\ 0 & \text{خارج ذلك} \end{cases}$$

أوجد قيمة k ثم اكتب قيمة L ($s > 3$).

الحل :-

١ الدالة $f(s)$ دالة كثافة : $\frac{1}{8}[(4) + (2)] = 1$

بحل $\frac{1}{8}[(4+k) + (2+k)] = 1$ بالضرب $\times 8$ على كلا الطرفين

$1+k+2+k = 8$

$2k+3 = 8 \Rightarrow 2k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$

٢ $L = f(s > 3) = \frac{1}{8}[(3) + (2)] = \frac{5}{8}$

$= \frac{1}{8} \times [\frac{5}{2} + \frac{5}{2}] = \frac{5}{8}$

(٢٦) إذا كانت s متغيراً عشوائياً متصلاً، دالة كثافة الاحتمال له هي

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{24}(s+k) & \text{حيث } 1 \leq s \leq 5 \\ 0 & \text{خارج ذلك} \end{cases}$$

أوجد قيمة k ثم اوجد L ($s \geq 2$).

الحل :-

١ الدالة $f(s)$ دالة كثافة

$\frac{1}{24}[(5) + (1)] = 1$

بالضرب $\times 24$ ثم بقسمة على ٢ : $1 = \frac{1}{2} [k + \frac{5}{2} + k + \frac{1}{2}]$

$\frac{1}{2} = k + \frac{5}{4} + k + \frac{1}{4}$ بالضرب $\times 4$

$2 = 4k + 5 + 4k + 1$

$6 = 8k + 6 \Rightarrow 8k = 0 \Rightarrow k = 0$

$8k = 6 - 6 \Rightarrow 8k = 0 \Rightarrow k = 0$

$L = f(s \geq 2) = \frac{1}{24}[(4) + (2)] = \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{24} \times [\frac{1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{4}] = \frac{1}{4}$

(٢٧) إذا كان له سر متغير عشوائياً متصلاً ودالة كثافته الاحتمال له هي

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{حيث } 3 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

الدالة مالة كثافة $\Rightarrow \frac{1}{6} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_3^3 1 dx = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{6} = \int_3^3 1 dx = 0$

(٢٨) إذا كانت درجات الطلاب في إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعيًا وسطه الحسابي $\mu = 25$ وانحرافه المعياري $\sigma = 5$ حيث حصل ٢٦,١١% من الطلاب على أكثر من ٥٠ درجة أو صيد σ .

الحل $\mu = 25$
 $\sigma = 5$

ل (سر < 50) = ٠,٢٦١١

ل (سر < 50) = ٠,٢٦١١ $\Leftrightarrow$ ل (سر $< \frac{50-25}{5}$) = ٠,٢٦١١

الاحتمال = ٠,٢٦١١ - ٠,٥ = -٠,٢٣٨٩ (سر الجدول)

$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{5} = ٠,٢$

(٢٩) إذا كان له سر متغير عشوائياً طبيعيًا وسطه الحسابي $\mu = 10$ وانحرافه المعياري $\sigma = 5$ أو هو (١) ل (١٢ $> x > 17$)

ل (سر > 17) = ٠,٢٤٢٦ (ل (سر > 17))

الحل

ل (١٢ $> x > 17$) = ل (١٢ $> \frac{x-10}{5} > 17$) = ل (١٢ $> \frac{x-10}{5} > 17$)

٠,٢٤٢٦ = ٠,٢٢٥٩ + ٠,١٥٥٤ = ٠,٣٨١٣

ل (سر > 17) = ٠,٢٤٢٦

ل (سر > 17) = ٠,٢٤٢٦

ل (سر > 17) = ٠,٢٤٢٦

٠,٢٤٢٦ + ٠,١٥٥٤ = ٠,٣٩٨٠

الاحتمال = ٠,٣٩٨٠ - ٠,٥ = -٠,١٠٢٠ (سر الجدول)

نجد أن $\frac{10-17}{5} = -١,٤$

$\frac{10-12}{5} = -٠,٤$

$\frac{10-12}{5} = -٠,٤ \leftarrow \frac{10-17}{5} = -١,٤$

٣٠. في امتحان الرياضيات كانت درجات الطلبة موزعة توزيعاً طبيعيًا بمعدل قدره ٧٠ وانحراف معياري ٥. احسب عدد الطلاب المحتمل أن تزيد درجاتهم عن ٧٨ إذا علم أن عدد الطلبة المتقدمين --- ١٠٠٠ طالب.

الحل -

$$L(78) = L(70) = L\left(\frac{78-70}{5}\right) = L(1.6)$$

$$= 0.054 - 0.4402 = -0.3862$$

$$= \text{عدد الطلبة} \times 0.3862 = 1000 \times 0.3862 = 386.2 \approx 386 \text{ طالب}$$

٣١. إذا كان سمة متغيراً عشوائياً مداه {٥، ٣، ١، ١، ١، ٠} وكان
 $L(0) = \frac{1}{4}$ ، $L(1) = \frac{1}{2}$ ، $L(3) = \frac{1}{4}$ ،
 اوجد دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير سمة
 والمتوسط الحسابي ومعامل الاختلاف.

الحل -

سمة	صفر	١	٣	٥
د(سمة)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	ك

$$1 = L(5) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow K = \frac{1}{12}$$

سمة	د(سمة)	سمة - د(سمة)	سمة ^٢ - د(سمة)
صفر	$\frac{1}{4}$	صفر	صفر
١	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
٣	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{4}$
٥	$\frac{1}{12}$	$\frac{19}{12}$	$\frac{25}{12}$
المجموع		$\frac{2}{3} = \mu$	$\frac{29}{12}$

$$\text{الوسط الحسابي} = \mu = \frac{2}{3}$$

$$\sigma^2 = (\text{التباين}) = \frac{29}{12} - \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} = \frac{16}{9} - \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.1547$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1.1547}{\frac{2}{3}} = 1.732 = 173\%$$